COLEGIO NACIONAL NICOLAS ESGUERRA

"EDIFICAMOS FUTURO"

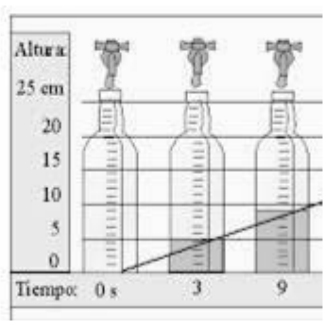
PERÍODO	GRADO	MATEMÁTICAS	**GUÍA DE**
I	**11°**	**CALCULO I**	**APRENDIZAJE** #03

Datos Generales

Estudiante:	Fecha:
Maestro: ROSA COLOMBIA VILLAMARIN – MIGUEL ANGEL NIETO	Curso:11°

RELACIONES Y FUNCIONES

CONTEXTUALIZACION :



En el mundo en que vivimos muchas cosas suelen presentarse en cantidades variables: kilos de manzanas, $ pasaje del transporte, mm de agua caída, etc.

Además podemos también observar que muchas veces una cantidad depende de otra, hay relaciones de interdependencia entre ellas. Por ejemplo:

La temperatura ambiente depende del instante que la midamos.

La cuenta de luz a fin de mes depende de la cantidad de electricidad que se ha consumido.

La cantidad de combustible que consume un vehículo depende de la distancia recorrida.

En este último ejemplo podríamos interpretar dependencia como fusionado. Es decir, la cantidad de combustible que se consume está fusionado con la distancia recorrida.

Como la cantidad de combustible a consumir depende de la distancia a recorrer y además se puede determinar cuántos litros se necesitan para viajar una determinada distancia (conociendo previamente el rendimiento que tiene el vehículo).

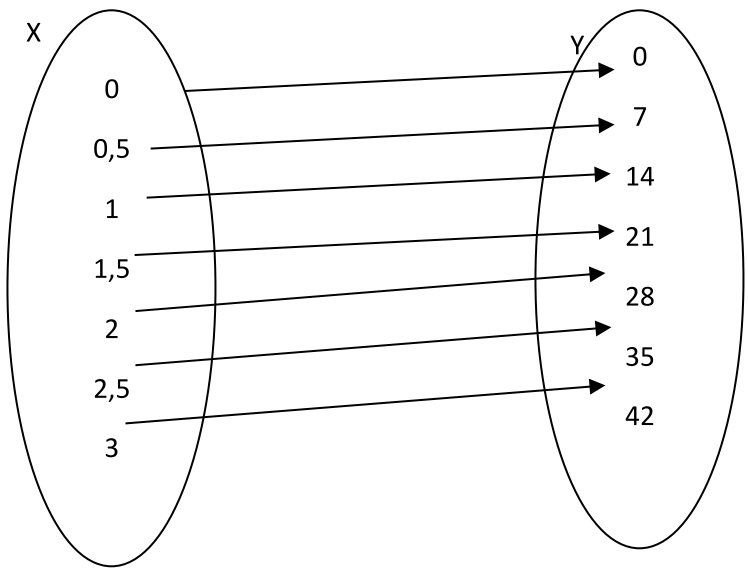
Se puede afirmar entonces que la cantidad de combustible está en función de la distancia a recorrer (o viceversa). La variable cantidad de combustible depende de la variable distancia a recorrer.

Imaginémonos que se tiene un auto que da 14 km por litro de bencina (con 1 litro de bencina puedo recorrer 14 km) . Con esta información te invito a llenar la siguiente tabla:

Y (litros de bencina)	X (distancia en km)
0	0
0,5	7
1	14
1,5	21
2	
2,5	35
3	
3,5	49
4	
4,5	63
5	

La tabla que has completado corresponde a una forma de mostrar los datos que corresponden a esa función. Este método recibe el nombre de Tabla de valores y corresponde a un registro de la función.

Otro registro para la misma función corresponde al conocido Diagrama de Flechas estudiado años anteriores y los datos se mostrarían de la siguiente manera:

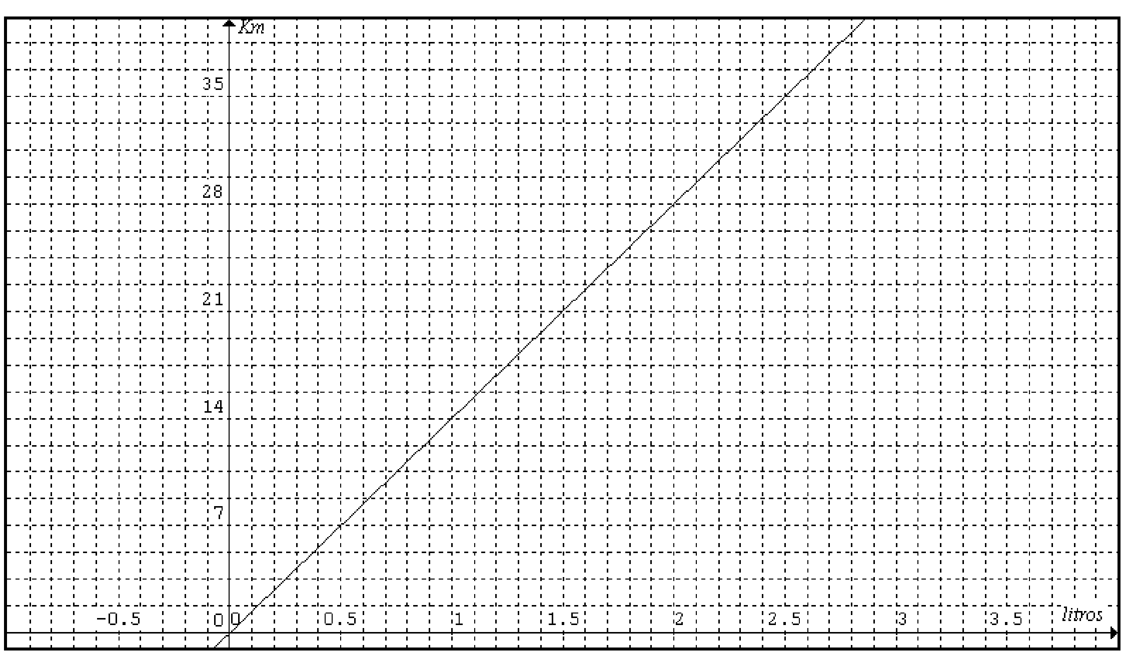


Otro registro es la representación de la función en un conjunto como sigue:

F = { (0,0); (0.5;7); (1,14); (1,5;21); (2,28); (2,5;35); (3,42); (3,5;49); (4,56); (4,5;63); (5,70) }

Se entiende por el punto (1,14) que para 1 litro de bencina se puede recorrer con el vehículo 14 km.

Y por último, uno de los registros más importante sería la representación gráfica, donde lo que se hace es ubicar los puntos mencionados antes en el plano cartesiano, donde el eje X representa al conjunto de litros de bencina y el eje Y el conjunto de distancias recorridas. Observa:



ESTRUCTURACIÓN DE CONTENIDOS

Ahora vamos a observar el comportamiento de algunas situaciones de la vida real en la que la modelación matemáticas se realiza por medio de funciones:

Interés simple: El capital A acumulado durante un tiempo es la función dada por la expresión $A = P + Prt$, donde P es el capital inicial, t se expresa en años y r es la tasa de interés anual, expresada como decimal. Calcule el capital acumulado después de 18 meses si el capital inicial es $1.550.000 y la tasa de interés anual es 3,4%.

Cuando tiempo habría que invertir este dinero para recibir al final más de $ 3.000.000.

Difusión de una enfermedad: Un modelo de la difusión de un virus gripal supone que dentro de una población de P personas, la rapidez con la que se difunde una enfermedad es proporcional tanto a la cantidad D de personas que ya son portadoras de ella, como a la cantidad $P - D$ de personas que aún no están afectada.

Matemáticamente, el modelo se define con la siguiente función:

$$R(D) = kD(P - D)$$

Donde $R(D)$ es la rapidez de difusión del virus gripal (casos por día) y $k > 0$ es una constante de proporcionalidad.

a. Demuestren que si la población P es constante, entonces, la enfermedad se extiende con más rapidez cuando exactamente la mitad de la población es portadora de la gripa.

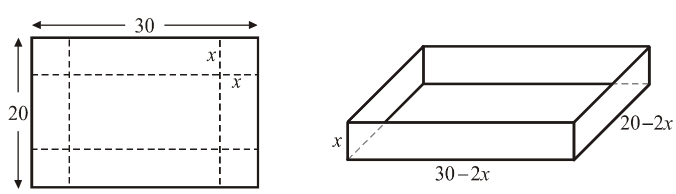
b. Suponga que en un pueblo de 10.000 personas hay 125 enfermas el domingo y que el lunes se presentan 37 casos nuevos. Estime el valor de la constante k.

c. Usando el resultado de punto anterior estime los nuevos casos que se presentaran el martes (sugerencia: La cantidad de personas portadoras de gripa, el lunes, es $162 = 125 + 37$)

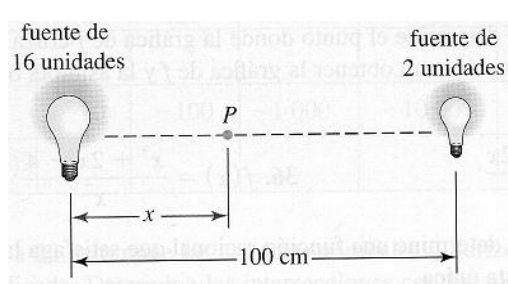
d. Estime la cantidad de casos nuevos el miércoles, jueves, viernes y sábado.

Construcción de una caja: Se puede hacer una caja abierta con una pieza rectangular de cartón, quitando un cuadrado de la longitud x de cada esquina, y doblando los lados hacia arriba. Como se ve en la figura. Si el cartón mide 20 cm por 30 cm, demuestre que el volumen de la caja se determina bajo la expresión.

$\boldsymbol{V = x(20 - 2x)(30 - 2x)}$



Intensidad de iluminación: La intensidad de iluminación debida a una fuente luminosa, en cualquier punto, es directamente proporcional a la intensidad de la fuente e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia a la fuente. Si hay dos fuentes con intensidad de 16 unidades y 2 unidades y están a 100 cm de distancia como se ve en la figura.



La intensidad de iluminación I en cualquier punto p entre ellas se calcula con

$$I(x) = \frac{16}{x^2} + \frac{2}{(100 - x)^2}$$

En donde x es la distancia a la fuente de 16 unidades. Trace la gráfica en el intervalo (0,100) y describa el comportamiento cuando $x \to 0^{+}$. Descríbalo cuando $x \to 100^{-}$.

Capa de nieve: Con base en datos recolectados entre 1966 y 1980, la superficie de la capa de nieve S en el hemisferio norte, medida en millones de kilómetros cuadrados, se puede modelar por la función

$$S(w) = 25 + 21\cos(\frac{1}{26}\pi(w-5))$$

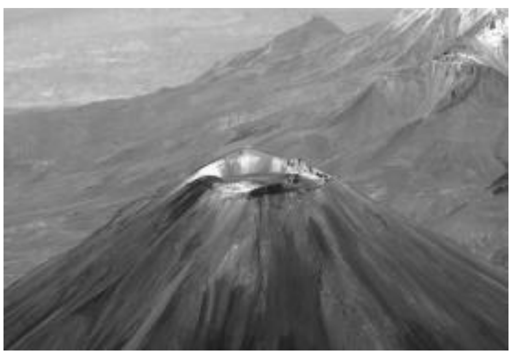
Donde w es la cantidad de semanas después del 1 de Enero.

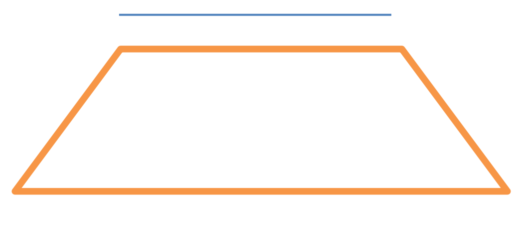
¿Cuánta capa de nieve indica esta fórmula para mediados de abril (redondee w al entero más cercano).

¿En qué semana la capa nevada será mínima, según la fórmula?

¿En qué mes se encuentra esa semana?

Geología: Visto desde un costado, un cono de cenizas volcánicas se ve como un trapezoide isósceles.





Los estudios de conos de ceniza que tienen menos de 50000 años indican que la altura H_{co} del cono y el ancho W_{cr} del cráter se relacionan con el ancho W_{co} del cono mediante las ecuaciones $H_{co} = 0.18W_{co}$ y $W_{cr} = 0.40W_{co}$. Si $W_{co} = 1.00$, con estas ecuaciones determine, el ángulo θ de la base del trapezoide en la figura.

Modelos Exponenciales

En ciencias físicas aparece con frecuencia la expresión exponencial Ce^{kt}, donde C y k son constantes de modelos matemáticos de sistemas que cambian con el tiempo t. En consecuencia, los modelos matemáticos se suelen usar para predecir un estado futuro de un sistema.

En un modelo de una población en crecimiento, se supone que la tasa de crecimiento de la población es proporcional a la cantidad presente en el momento t. Si $P(t)$ representa la población, es decir, el número o la cantidad presente cuando el tiempo es t, entonces, con ayuda del cálculo, se puede demostrar que esta hipótesis determina que

$P(t) = P_0e^{kt}, k > 0$

Donde t es el tiempo y P_0 y k son constantes. La anterior función se usa para describir el crecimiento de poblaciones de bacterias, animales pequeños y, en algunos casos raros, de los humanos. Si $t = 0$ se obtiene $P(0) = P_0$, por lo que a P_0 se le llama población inicial. La constante $k > 0$ se llama constante de crecimiento o tasa de crecimiento. Como $e^{kt}, k > 0$ es una función creciente en el intervalos $[0, \infty)$

Crecimiento bacteriano: Se sabe que el tiempo de duplicación (tiempo de generación) de bacterias E. coli que residen en el intestino grueso de las personas saludables tan solo es de 20 minutos. Usar el modelo de crecimiento exponencial para calcular la cantidad de bacterias de E. Coli en un cultivo después de 6 horas.

Fechado de un fósil con carbono: Se analizó un hueso fósil y se determinó que contiene $\frac{1}{1000}$ de la cantidad inicial de C^{14} que contenía el organismo cuando estaba vivo. Determinar la edad aproximada del fósil.

Cocina enfriamiento de un pastel: Se saca un pastel del horno, cuya temperatura era de 350^0F, y se coloca en una cocina donde la temperatura ambiente es 75^0F. Un minuto después, se mide la temperatura del pastel y resulta de 300^0F.

¿Cuál es la temperatura del pastel 6 minutos después?

¿En cuánto tiempo la temperatura del pastel será de $80^{0}\mathrm{F}$?

Realiza la gráfica de $\mathrm{T(t)}$

Modelos logarítmicos

Probablemente, la aplicación más famosa de los logaritmos de base 10, o logaritmos comunes, es la escala de Ricther. Ricther, sismólogo estadounidense, inventó en 1935 una escala logarítmica para comparar las energías de distintos temblores o sismos. La magnitud M de un sismo se define con

$\mathrm{M} = \log_{10}\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{A_0}}$ donde A es la magnitud de la onda sísmica máxima del sismo y $\mathrm{A_0}$ es una magnitud de referencia que corresponde a la magnitud M=0. El número M se calcula con un decimal de precisión. Se considera que los sismos de magnitud 6 o mayores son potencialmente destructivos.

Comparación de intensidades: El sismos del 26 de diciembre de 2004, frente a la costa este de Sumatra del Norte, que produjo un tsunami que causo 200000 muertes, se clasifico inicialmente con 9,3 en la escala de Ricther. El 28 de marzo del 2005, una réplica en la misma zona se clasifico como 8,7 grados en la misma escala. ¿Cuántas veces más intenso fue el sismo de 2004?

Ph de la sangre humana: Se sabe que la concentración de iones de hidrógeno en la sangre de una persona saludable es $[\mathrm{H}^{+}] = 3{,}98 \times 10^{-8}$moles/litro. Calcular el ph de la sangre.

Bibliografía

Beltan, Luis (2012). Matemáticas 11. Bogotá. Pearson Educación

Stewart, James. (2008). Calculus. Belmont. Thomson

Thomas, G (2006). Cálculo de una variable. 11 edición. México. Pearson